

## VAKUUMSKI BALONI (Ob dvestoletnici Vegove smrti)

**Stanislav Južnič\***

Vacuum balloons (At bicentenary of Vega's death)

### ABSTRACT

We described the vacuum balloons that were developed in the 17<sup>th</sup> and 18<sup>th</sup> centuries parallel with the hot air and hydrogen balloons. We find the technological problems that postponed their effective use in the first place. At the bicentenary of Vega's death we discussed his opinion about the vacuum balloons. We discussed some difficulties of their modern development.

### POVZETEK

Opisujemo vakuumski baloni, ki so jih razvijali vzporedno s toplozračnimi in vodikovimi v 17. in 18. stoletju. Izpostavljamo tehnične težave, ki so ovirale njihovo izvedbo. Ob dvestoletnici Vegove smrti nas je posebej zanimalo njegovo mnenje o vakuumskih balonih. Nakazali smo težave sodobnega razvoja takšnih naprav.

### 1 Uvod

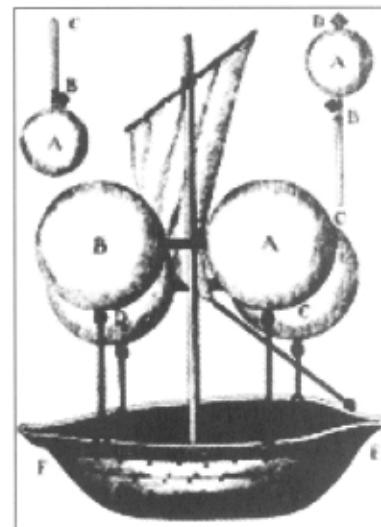
Predmeti plavajo v tekočini zaradi vzgona. Največji vzgon dobimo, če popolnoma izpraznimo ogrodje balona. Vendar mora biti ogrodje dovolj trdno, da zdrži zunanjti tlak in prepreči implozijo.

### 2 Lanov izum

**Francesco de Lana Tertio** (Terzi, \* 13. 12. 1631 Brescia; † 26. 2. 1687 Rim) je bil tretji otrok družine Lana iz Brescie; zato se je podpisoval »Terzi«.<sup>1</sup> Študiral je na Rimskem kolegiju pri Paolu Casatiju (1617-1707) in si ogledoval poskuse v muzeju Athanasiusa Kircherja (1602-1680). Med letoma 1656-1658 je poučeval filozofijo v Terni in v Rimu, nato v Benetkah in od leta 1675 matematiko v Ferrari. Leto dni pred smrtno se je vrnil na Akademijo Filescotici v domačo Brescio. Bil je dopisni član londonske kraljeve družbe.

Torricellijevi poskus je prvič razkrili naravo vakuma in zračnega tlaka. Četrto stoletje pozneje je Honorato Fabri (1606/7-1688) v Lyonu opisal zračno ladjo. Po Aristotelu je domneval, da ima zrak »lahkost« v nasprotju s težnostjo zemlje ali vode. V kroglo je hotel spraviti čim več zraka pod visokim tlakom, saj je napačno pričakoval, da bo potem še bolj stremela navzgor.<sup>2</sup> Fabrijevo knjigo so leta 1726 nabavili v ljubljanski jezuitski knjižnici, kjer jo je štirideset let pozneje prebiral njihov študent Jurij Vega.

Tako po Fabriju je Lana v Benetkah objavil prvi uporabni načrt za polet vakuumskega balona s človeško



Slika 1: Skica Lanove zračne ladje

posadko.<sup>3</sup> Pozneje je Lanovo idejo zračne ladje povzel J. C. Sturm.<sup>4</sup> Knjigarnar Mayr je Ljubljjančanom leta 1678 ponujal Sturmovo dve leti staro knjigo. Pozneje izdajo so nabavili ljubljanski jezuiti in jo je Vega s pridom preštudiral.

**Johann Christoph Sturm** (\* 1635; † 1703) je bil docent univerze v Jeni in pridigar. Po smrti Abdiasa M. Treva (1597-1669) je postal profesor matematike na univerzi Altdorf pri Nürnbergu. Sturm je bil eden najbolj priljubljenih piscev učbenikov matematike in fizike svoje dobe, tako da so ljubljanski jezuiti nabavili več njegovih del. Pisanje učbenikov je nadaljeval njegov sin Leonhardt Christoph Sturm.)

Lana ni uporabil Guerickovih ali Boylovih vakuumskih črpalk, čeprav jih je poznal iz knjig jezuita Kasparja Schotta (1608-1666). Zamislil si je štiri krogle iz bakrene pločevine, v katerih bi bil zrak veliko težji od bakrenih lupin. Ko bi zrak izčrpali iz krogel, bi jih z jermenimi pritrtili na leseno ladjo. Ladja bi moralna biti čim lažja, da bi posadka v njej lahko plula podobno kot na vodi.

Vsako izmed štirih krogel bi povezal z dolgo bakreno cevjo, ki bi jo lahko zapiral s pipo:

»Najprej bom predpostavil, da ima zrak težo zaradi par in saj, ki se dvigajo iz zemlje in morja več milj visoko in obkrožajo Zemljo. Tega dejstva filozofi ne morejo zanikit. Dokažemo ga lahko s črpanjem dela zraka iz steklene posode, če že ne moremo izčrpati vsega zraka. Tako zmanjšamo težo posode. Težo samega

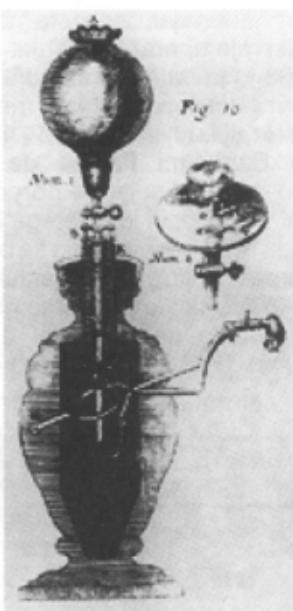
\* Dr. Stanislav Južnič je profesor fizike in računalništva na srednji šoli v Kočevju. Leta 1980 je diplomiral iz tehnične fizike na Fakulteti za naravoslovje in tehnologijo, magistriral leta 1984 iz zgodovine fizike na Filozofski fakulteti v Ljubljani, kjer je leta 1999 tudi doktoriral.

1 Domin, 1987, 174.

2 Fabri, 1669, 153.

3 <http://www.aoi.com.au/ideabank/5813.htm>  
[http://www.wingswithwires.com/early\\_aircraft/flying\\_ship.asp](http://www.wingswithwires.com/early_aircraft/flying_ship.asp)  
[http://www.balloons-ueber-hamburg.de/1esc\\_hich/bark\\_eng.htm](http://www.balloons-ueber-hamburg.de/1esc_hich/bark_eng.htm)

4 Sturm, 1676, 1. del, 10. poskus.



Slika 2: Sturmova vakuumska črpalka iz leta 1685, ki jo je Vega preučeval med študijem v Ljubljani

zraka sem ugotovil na naslednji način. Nabavil sem veliko steklene posodo, katere vrat je bilo mogoče zapirati ali odpirati s pipo. Odprto posodo sem segreval na ognju in redčil zrak v njej. Ko sem spravil večino zraka iz posode, sem jo hitro zaprl, da se zrak ne bi vrnil. Posodo sem stehtal. Nato sem vrat posode poveznil v vodo in odprl pipo, tako da je voda napolnila večji del posode. Izvlekel sem vrat iz vode, iztočil vodo iz posode ter izmeril količino in gostoto vode. Ugotovil sem, da je količina zraka, ki je zapustila posodo, enaka količini vode, ki je napolnila posodo. Voda je zapolnila del posode, ki jo je zrak zapustil. Znova sem stehtal posodo potem, ko sem jo dobro osušil in odstranil vlago. Ugotovil sem, da posoda skupaj z zrakom tehta za 1 unč<sup>5</sup> več kot potem, ko sem izločil večino zraka. Razlika ustreza zraku s prostornino vode, ki je zavzela njegov prostor. Voda je imela maso 640 unč. Tako sem ugotovil, da je teža zraka 640-krat manjša od teže vode.«

Izmeril je za 20 % prenizko vrednost razmerja med gostotama vode in zraka. Uporabil je Evklidovo ugotovitev o naraščanju površine krogla z drugo in prostornine s tretjo potenco premera. Računal je z votlimi krogiami premera blizu 8 m z debelino ogrodja okoli 0,1 mm.

»Da bi lahko krogla dvignila večje mase in prevažala ljudi po zraku, uporabimo zanjo 170 m<sup>2</sup> bakra<sup>6</sup> z maso 140 kg<sup>7</sup>... Krogla bo vsebovala 326 kg zraka.<sup>8</sup> Če iz krogla izčrpamo zrak, bo lahko dvignila tri ali vsaj dve

osebi s skupno maso 186 kg.<sup>9</sup> Čim večja je krogla, tem debelejše in trdnejše so lahko bakrene plošče. Teža krogla sicer narašča, vendar s težo vsebovanega zraka še bolj narašča njena kapaciteta. Tako lahko večje krogle vzdignejo težje tovore. Od tod zlahka vidimo, kako lahko sestavimo napravo v obliki ladje, ki bo plula po zraku.«

Ladro bi poganjal z vesli in jadri na jamborih. Nakazal je delovanje poznejšega propelerja in zatrjeval, da bodo zaradi upora zraka vesla ali lopatice spravile v gibanje katero koli plovilo. Ni določil tlaka zraka, potrebnega za pogon, predvidel pa je vse pogoje in težave pri izdelavi zračne ladje:

»Ne morem predvideti drugih težav, ki bi lahko preprečile takšno iznajdbo, razen največje, saj Bog gotovo ne bo nikoli dovolil delovanja naprave, ki bi povzročila toliko motenj pri civilni in vojaški upravi.«

Domneval je, da bi zračne ladje lahko zažigale plovila na morju ter obstreljevale hiše in utrdbe. Nihče ne bi bil varen pred presenečenji. Domneva o novem načinu vojskovanja se je uresničila, čeprav ni napovedal protizračne obrambe, ki jo je Vega stoletje pozneje že uporabil na bojiščih ob Renu.<sup>10</sup>

Leta 1684 je Lana znova opisal svoj zrakoplov.<sup>11</sup> Knjigo je profesor matematike in fizike Erberg<sup>12</sup> nabavil za ljubljanske višje študije nekaj let pred Vegovim rojstvom. Lanova domislica je bila Vegi gotovo všeč, ko je o njej bral v šolski knjižnici.

Lana je natančno opisal Torricellijeve, Boyleove<sup>13</sup> in druge poskuse s plini in vakuumom. Navedel je mnenja pomembnih jezuitov Fabrija, Kircherja in Schotta.<sup>14</sup> Podobno kot drugi italijanski jezuiti je kritiziral Galileija,<sup>15</sup> saj njegovega znanstvenega načina ni znal uskladiti z Aristotelovim. Tedanji jezuiti so skupaj z Aristotelom trdili, da prostor določa v njem vsebovana snov. Zato se je Lana pri opisu zračne ladje izognil razpravi o vakuumu, priznal pa je obstoj zračnega tlaka. Srednja pot je bila nujna, saj so Lana, njegov prijatelj Bartoli<sup>16</sup> in drugi jezuiti morali dobiti privoljenja za tiskanje svojih eksperimentalnih raziskav pri cenzorjih, ki so bili naklonjeni Aristotelu.

Profesor matematike v Pisi Giovanni Alfonso Borelli (1608-1679) je bil eden vodilnih raziskovalcev letenja. Skupaj z Gottfriedom Wilhelmom Leibnizom (1646-1716) sta nasprotovala Lanovim domnevam. Trdila sta, da se bo vakuumska krogla sesula sama vase, kot se je Ottu Guericku (1602-1686) zgodilo že leta 1640 med črpanjem zraka iz lesenih in bronastih sodov.

Klub kritikam so jezuiti še dolgo občudovali Lanove zračne ladje. Ladjedelnštvo, seveda namenjeno plovbi na vodi, je bilo ena prestižnih jezuitskih tehnologij. Izdelovanje ladij in modelov zanje je postalo stoletje po Lanovi knjigi najimenitnejša dejavnost ljubljanskega

5 28,35 g.

6 1,232 kvadratnih čevljev, dolgih po 372 mm.

7 308 lbs. (funtov) po 453,59 g. Toliko bakra z gostoto 8500 kg/m<sup>3</sup> zadostuje za 0,1 mm debelo ogrodje krogla s polmerom 3,68 m.

8 718 lbs. 4 2/3 unč. Tolikšno maso bi imela krogla zraka s polmerom 3,68 m če bi bil zrak le 640-krat lažji od vode.

9 410 lbs. 4 2/3 unč.

10 Domin, 1987, 175-177.

11 Lana, 1784, 1: knjiga VI, traktat II; Domin, 1987, 175.

12 Bernard Ferdinand Erberg (\* 20. 5. 1718 Ljubljana; † 1773 Krems).

13 Lana, 1692, 3: 238, 239, 262, 551.

14 Lana, 1684, 1: 3; Lana, 1686, 2: 176; Lana, 1692, 3: 214, 215, 297.

15 Lana, 1684, 1: 175, 177-178.

16 Daniello Bartoli (Daniel Bartolis, \*1608 Ferrara; †1685 Rim) rektor rimskega kolegija med letoma 1670 in 1674.

profesorja Gruberja.<sup>17</sup> V Gruberjevem »brodarskem« oddelku je študiral tudi Vega.

Zamagna je leta 1768 objavil 1473 latinskih heksametrov v dveh knjigah o Lanovi ladji.<sup>18</sup> V pesnitvih je vpletel tudi druga znanstvena vprašanja: strah pred praznim, naravo sile teže, prirodoslovne pesnitve svojega censorja Dubrovčana Benedikta Staya, pogovor o množici svetov, ki ga je leta 1686 napisal poznejši dosmrtni tajnik pariške akademije Bernard Le Bovier de Fontenelle (1657-1757), Kopernikova in Kolumbova odkritja, spremjanje magnetne deklinacije, težave pri merjenju poldnevnika, Borellijevo aerodinamiko, Newtonove in Boškovičeve raziskave ozračja okrog Zemlje in Lune ter za leto 1769 predvideno Boškovičeve pot v Kalifornijo na opazovanje prehoda Venere čez ploskev Sonca. Zamagnovo pesem so leta 1782 in 1784 ponatisnili na Dunaju s predgovorom in opombami nekdajnega jezuita Madžara Michaela Paintnerja (1753-1826). Paintner je bil prijatelj in sošolec Hrvata Franje Josipa Domina (1754-1819) v Leobnu leta 1772. Postal je duhovnik v Sopronu, pozneje pa je napredoval do naslovnega škofa in svetovalca dunajskega dvora za verska vprašanja. V predgovoru je opisal zgodovino zračne ladje. Arhit iz Tarenta je v prvi polovici 4. stoletja p. n. š. opisal polet obešenega lesenega goloba, ki ga je premikal skriti tok stisnjene pare. V 14. stoletju je halberstadtski škof avguštinec Albert iz Saške primerjal plovnost zraka v bližini ognja s plovnostjo na površini vode v bližini zraka.

Dubrovniški meščan **Brne Zamagna** (Bernard Zamanja, Džamanjić, \* 9. 11. 1735 Dubrovnik; † 20. 4. 1820 Dubrovnik) je bil Boškovičev učenec na jezuitskem kolegiju v Rimu. Leta 1768 je tam študiral teologijo. Kot eden najpomembnejših hrvaških latinskih pesnikov je rime zlagal predvsem o znanstvenih vprašanjih.

Lana je pravilno izračunal vzgon, ni pa se menil za trdnost krogel. Stroške izdelave zračne ladje je ocenil na borih 100 zlatnikov, vendar zaradi prisege o uboštву ni mogel priskrbeti niti te, razmeroma majhne vsote.<sup>19</sup> Tako si je prihranil razočaranje ob opazovanju zunanjega tlaka, ki bi gotovo strl njegove krogle. Predvidel je uporabo balonov na podoben način, kot je četrтisočletja pozneje Slovenec Herman Potočnik (1892-1929) začrtal razvoj raketne in vesoljske tehnike.

### 3 Vega in prvi poleti z baloni

Prvi polet z balonom se je v začetku 18. stoletja posrečil portugalsko-brazilskemu jezuitu Gusmāu<sup>20</sup> v Lizboni. Z uporabo toplega zraka se je dvignil do višine strehe kraljevske palače. 17. 3. 1709 ga je zato portugalski kralj bogato nagradil. Pozneje Gusmāo ni izpolnil vseh pričakovanih oblasti. Inkvizicija ga je vrgla v zapor, iz katerega so mu prijatelji pomagali zbežati v Španijo.

Lanovo ladjo sta skoraj stoletje po njegovi smrti priredila brata Joseph Michel (1740-1810) in Jacques Etienne de Montgolfier (1745-1799). Bila sta lastnika

tovarne papirja v Annonayu, zato sta namesto trdih izpraznjenih krogel raje uporabila mehka in raztegljiva ogrodja. 5. 6. 1783 ju je balon z razredčenim zrakom ponesel nad Pariz. Polet so si med množico radovednežev ogledali kralj Ludvik XVI (1754-1793), Benjamin Franklin in Barthélemy Faujas de Saint-Fond (Barthélémy, 1741-1819). Faujas je poročilo o poletu nemudoma dodal v knjigo, ki jo je istega leta objavil v Parizu. Ocenil je, da bi se Lanova ladja še bolje obnesla od Montgolfierjeve.<sup>21</sup> Knjige o aerostatiki so šle za med. Za ljubljansko licejsko knjižnico so nabavili ducat francoskih, angleških in nemških del o aerostatiki, tiskanih med letoma 1783 in 1786, med njimi največ Faujasovih.



Slika 3: Montgolfierjev balon v Versaillesu 19. 9. 1783.

Vega je kmalu slišal za uspeh bratov Montgolfier, saj je Faujasovo delo že leto po pariški izdaji prevedel nekdanji benediktinec Franz Übelacker na Dunaju. Seveda se Nemci niso dali prehiteti Francozom, zato je Übelacker opisal še štiristo let starejša raziskovanja poletov v Nemčiji. 6. 6. 1784 je Vega opazoval prvi dunajski polet toplozračnega balona. Istega leta je napredoval v nadporočnika in na Dunaju izdal drugi del matematičnih predavanj.

Za balone sta se navdušila tudi profesor fizike Abbé Jean François Pilâtre de Rozier (1754-1785)<sup>22</sup> in François Laurent markiz d'Arlandes (1742-1809), ki je leta 1781 postal major. 21. 11. 1783 sta se šest minut pred drugo uro popoldne pustila nositi balonu z razredčenim zrakom nad La Muette pri Parizu. Pozneje je Rozier postal prva žrtev obetajočega zračnega prometa, saj mu je med preletom Rokavskoga preliva gorilnik zažgal vodik v majhnem balonu.

Gradiščanski Hrvat Ivan Baptist Horvat (1732-1799) je leta 1783 v Budimu objavil prvi opis poleta aerostatske krogle, balona, polnega vodika.<sup>23</sup> S takšnim balonom

17 Gabrijel Gruber (\* 6. 5. 1740 Dunaj; † 25. 3. 1805 Sankt Peterburg).

18 Domin, 1987, 177.

19 Lana, 1670, poglavje VI; Domin, 1987, 175.

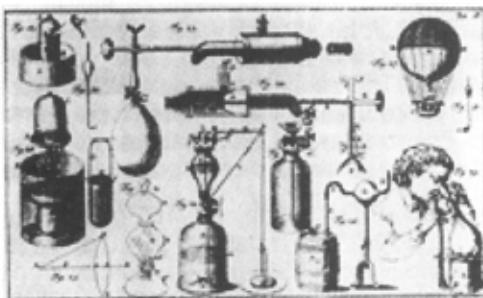
20 Bartholomei Laurenço de Gusmāo (1685-1724).

21 Domin, 1987, 177-178; Faujas, 1784, 3 (predgovor), 248-249.

22 Cantor, 1908, 4: 5.

sta 1. 12. 1783 prva poletela sorbonnski profesor Jacques Alexandre César Charles (1746-1823) in Nicolas Marie-Noel Robert (1761-1828) po nalogu pariške akademije. Charles je novoodkriti vodik izbral pomotoma, saj je mislil, da sta ga uporabila tudi Montgolfierja.

1. 3. 1784 je Domin prvi na Ogrskem spustil balon, poln vodika nad dvorišče hiše Francisca Andrea de Stainerja v Györu. Podobne naprave je preizkušal še sedem let. Sestavljal je tudi zračne črpalki, getrane z lesnim ogljem. Po zgledu Fontane in Ingenhousza je oglje uporabljal za izboljšanje vakuma v živosrebrnem barometru.<sup>24</sup> Postopek je leta 1772 odkril Felice Fontana (1730-1805), duhovnik, profesor logike in fizike v Pisi in nato v Firencah, kjer je bil tudi fiziolog na dvoru toskanskega velikega vojvode Leopolda I. Domin je dobro poznal Nizozemca Jana Ingenhousza (1730-1799), ki je bil med letoma 1768-1779 zdravnik cesarske družine na bližnjem cesarskem Dunaju.



Slika 4: Dominov aerostat in vakuumska črpalka

Vega je vakuumske poskuse spoznal med študijem v Ljubljani, pozneje pa jih je opisoval v svojih knjigah. V njegovem času izbira med vakuumskim in polnjenim balonom ni bila več vprašljiva. Kot izkušen praktičen fizik je zavrnil Lanov model podobno kot Borelli in Leibniz. Menil je, da »zaradi pritiska zunanje atmosfere na površino votlih in praznih krogel ne bo mogoče kovinskih lupin krogel nikoli dovolj stanjšati, da bi bile lažje od teže zraka, ki bi ga krogle vsebovale«. S tem je zadel bistvo problema in podprt polnjenje balona z vodikom.<sup>25</sup>

#### 4 Sklep: Sodobni vakuumski baloni

Minilo je skoraj dvesto let preden se je leta 1843 Franço M. Marey Monge odločil, da bo preizkusil Lanovo ladjo. Iz ljubezni do znanosti je za poskuse zapravil nad 25.000 frankov. Po Lanovih navodilih je uporabil 0,1 mm debelo pločevino iz medenine. Krogle je nepredušno zaprl z dvema tankima plastema lakiranega papirja in izčrpal zrak. Naprava se ni dvignila, saj je zunanji zračni tlak stisnil krogle med črpanjem. Lana ni le neupravičeno zanemaril vpliv zunanjega tlaka na vakuumski balon; tudi njegov predračun v znesku 100 zlatnikov je bil občutno prenizek. Poleg denarja so mu manjkali tudi sodobni trši in lažji materiali.

Majhni Lanovi vakuumski baloni niso uporabni. Masa jeklene lupine daleč presega vzgon, če je lupina hkrati tudi edino ogrodje. Vgradnja podpor sprosti zahtevo za

debelino stene, žal pa notranje ogrodje prinese maso k celotnemu sistemu. Celo petkrat specifično lažji polimeri z jeklu podobnimi mehanskimi lastnostmi so pretežko ogrodje za majhne vakuumske balone.

Vzgon okroglega balona narašča s tretjo potenco polmera balona; masa ogrodja in sila nanj pa naraščata le z drugo potenco polmera. Vakuumski balon bi se dvignil pri dovolj velikem polmeru in dovolj debelem ogrodju, ko debeliną ogrodja lahko narašča sorazmerno s polmerom. Žal velikost takšnih naprav presega zmogljivosti sodobne industrije. Pri okroglem vakuumskem balonu polmera 24 m z 1 mm debelim ogrodjem iz valjanega jekla gostote  $8 \text{ kg/dm}^3$  je sila vzgona enaka teži. Za ravnovesje pri 1 cm širokem ogrodju potrebujemo okrogli balon s polmerom 240 m, kar je malo manj od prostornine največjega do sedaj zgrajenega in upravljanega Zeppelina. Anton baron Codelli (1875-1945) si je v Ljubljani leta 1910 zamislil zračno ladjo dolgo 1 km s premerom 100 m. Njena prostornina  $1,25 \text{ milijonov m}^3$  bi bila enajstkrat manjša od balona s polmerom 240 m. Vzgon bi presegel težo pri jeklenem ogrodju debelem komaj 0,9 mm, če bi bil v Codellijevi ladji vakuum.

Vakuumski balon s polimerskim ogrodjem gostote  $1,6 \text{ kg/dm}^3$  bi lahko poletel brez uteži pri polmeru 4,8 m, prostornini blizu pol milijona litrov in masi manj kot pol tone; vendar bi zunanji tlak strl 1 mm debelo ogrodje. Drago črpanje balona s polmerom 50 m in 1 cm debelem polimerskim ogrodjem bi potnikom žal krepko zasili ceno potovalnih kart.

Uporabni čas navadnih balonov je odvisen od puščanja helija ali od izgube toplove v toplozračnih balonih. Pri večjih vakuumskih balonih je možnost netesnosti večja in črpanje dražje. Helijevi in vodikovi baloni ne potrebujejo trdnega ogrodja, saj je notranji tlak lahko enak zunanjemu. Vzgon vakuumskega balona le za petnajstino presega vzgon enako prostornega vodikovega balona, kar ne opravičuje uporabe dragega in težkega ogrodja. Vakuumski balon bi bil gospodaren le, če bi močno ogrodje balona obenem potrebovali zaradi varnosti ali če bi uporabljali vakuum v balonu.

Problemi z zunanjim tlakom se manjšajo v višjih predelih ozračja, kjer bi bil vakuumski balon trajnejši od konkurenčnih, polnih plina. Lažje od zraka so pred stoletjem odrinili težji tekmaci. Jim napredek vakuumske tehnike, novi materiali in tanke plasti obetajo širšo uporabo?

#### LITERATURA

- Domin, Josip Franjo. 1987. *Fizikalna rasprava o postanku, naravi i koristi umjetnog zraka*. Zagreb: JAZU. 1: 1784. Györ: Streibig.
- Fabri, Honorato. 1669. *Physica id est scientia rerum corporearum*. I. Lyon.
- Faujas de Saint-Fond, Barthélemy. 1784. *Beschreibung der Versuche mit der Luftkugel*. Dunaj: Künzbeck. 1: 1783. Pariz: Cuchet.
- de Lana, Francesco Tertio. 1670. *Prodromo ovvero saggio di alcune invenzioni nuove premesso dell'Arte Maestra*. Brescia.
- de Lana, Francesco Tertio. 1684. *Magisterium Naturae et Artis*. I. Brescia: Ricciardi.
- Sturm, Johann Christoph. 1676. *Collegium experimentale*. Nürnberg: Endter. 2: 1685. Nürnberg: Endter.
- Vega, Jurij. 1800. *Vorlesungen über die Mathematik*, IV. Dunaj.
- Wolff, Christian. 1744. *Compendium elementarum matheseos universae*. Verona. 2: 1758. Lausanne, Ženeva: Bousquet.

23 Domin, 1987, 165, 171-172, 175-177.

24 Domin, 1987, 181-183.

25 Vega, 1800, 147-148, 150.